

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы
факультета

Декан физико-математического

_____/проф. И.А.Танкиев
«27» апреля 2026г.

_____/М.Х.Мальсагов от
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.02 ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ФИЗИКИ

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас 2026

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «**Линейные и нелинейные уравнения физики**» являются:

- формирование у обучающихся системы фундаментальных знаний о линейных и нелинейных уравнениях, методах их решения и исследования;
- развитие навыков математического моделирования и применения теории уравнений к задачам естествознания и техники;
- подготовка будущего учителя математики к использованию методов теории уравнений в профессиональной деятельности и научной работе;
- формирование компетенций, необходимых для решения прикладных задач с использованием современных математических методов.

Задачи изучения дисциплины:

- изучить классификацию линейных и нелинейных уравнений, методы их аналитического и численного решения;
- сформировать навыки решения дифференциальных уравнений различных типов, исследования устойчивости решений;
- развить умения применять методы теории уравнений для моделирования реальных процессов;
- подготовить к использованию полученных знаний в педагогической деятельности и при изучении смежных дисциплин.

Для дисциплин, формирующих профессиональные компетенции:

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций (трудовых функций) в соответствии с Профессиональным стандартом «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, код профессионального стандарта – 01.001):

Код	Наименование обобщенной трудовой функции / трудовой функции
А/01.6	Общепедагогическая функция. Обучение
А/03.6	Развивающая деятельность
В/03.6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования
В/04.6	Модуль «Предметное обучение. Математика»

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина **Б1.В.04 «Линейные и нелинейные уравнения»** относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими элементами ОПОП:

Дисциплина опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении следующих предшествующих дисциплин:

- «Математический анализ»;
- «Линейная алгебра»;
- «Дифференциальные уравнения»;
- «Теоретическая механика»;
- «Функциональный анализ».

Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося:

Обучающийся должен:

- **Знать:** методы решения дифференциальных уравнений; основы линейной алгебры; теорию функций.
- **Уметь:** решать обыкновенные дифференциальные уравнения; исследовать функции.
- **Владеть:** навыками аналитических преобразований; методами решения уравнений.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

- «Уравнения математической физики»;
- «Численные методы»;
- «Дифференциальные уравнения в частных производных»;
- «Подготовка к итоговой государственной аттестации».

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 – Анализирует уравнения, выделяя их тип и метод решения.	Знать: классификацию линейных и нелинейных уравнений; методы их решения.
		УК-1.4 – Синтезирует различные методы решения для выбора оптимального.	Уметь: применять различные методы решения; выбирать оптимальный.
		УК-1.5 – Критически оценивает	Владеть: навыками проверки решений и

		полученные решения, проверяя их корректность.	анализа устойчивости.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1 – Демонстрирует знание теории линейных и нелинейных уравнений.	Знать: теоретические основы методов решения уравнений.
		ПК-1.2 – Применяет методы решения уравнений для решения профессиональных задач.	Уметь: решать линейные и нелинейные уравнения; применять их к задачам.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Всего	Лекции	Практика	СРС	Формы контроля
1	Раздел 1. Введение в теорию уравнений	7	16	4	6	6	Собеседование
	Тема 1.1. Классификация уравнений. Понятие решения.	7	8	2	3	3	
	Тема 1.2. Существование и единственность решения.	7	8	2	3	3	
2	Раздел 2. Линейные дифференциальные уравнения	7	28	8	12	8	Проверка контрольных работ

	Тема 2.1. Линейные уравнения первого порядка.	7	6	2	2	2	
	Тема 2.2. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	7	8	2	4	2	
	Тема 2.3. Линейные уравнения высших порядков.	7	6	2	2	2	
	Тема 2.4. Системы линейных дифференциальны х уравнений.	7	8	2	4	2	
3	Раздел 3. Нелинейные дифференциальн ые уравнения	7	32	8	12	12	Проверка контрольных работ
	Тема 3.1. Уравнения с разделяющимися переменными.	7	6	2	2	2	
	Тема 3.2. Однородные и квазиоднородные уравнения.	7	6	2	2	2	
	Тема 3.3. Уравнения Бернулли и Риккати.	7	8	2	3	3	
	Тема 3.4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	7	6	1	2	3	
	Тема 3.5. Автономные системы. Фазовые	7	6	1	3	2	

	портреты.						
4	Раздел 4. Численные методы решения уравнений	7	28	6	10	12	Проверка реферата
	Тема 4.1. Метод Эйлера и его модификации.	7	8	2	3	3	
	Тема 4.2. Методы Рунге-Кутты.	7	8	2	3	3	
	Тема 4.3. Метод конечных разностей.	7	6	1	2	3	
	Тема 4.4. Оценка погрешности численных методов.	7	6	1	2	3	
5	Раздел 5. Исследование устойчивости решений	7	24	6	8	10	Проверка реферата
	Тема 5.1. Устойчивость по Ляпунову.	7	8	2	3	3	
	Тема 5.2. Критерии устойчивости линейных систем.	7	8	2	2	4	
	Тема 5.3. Устойчивость нелинейных систем. Функции Ляпунова.	7	8	2	3	3	
	Подготовка к зачету с оценкой	7	—	—	—	4	—
	Зачет с оценкой	7	—	—	—	—	—
ИТОГ О			144	32	48	64	

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Введение в теорию уравнений

Тема 1.1. Классификация уравнений. Понятие решения.

Линейные и нелинейные уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ)

и уравнения в частных производных. Порядок уравнения. Задача Коши. Краевые задачи. Понятие общего, частного и особого решения.

Тема 1.2. Существование и единственность решения.

Теорема Пикара-Линделёфа о существовании и единственности решения задачи Коши. Условия Липшица. Продолжение решений. Особые точки.

Раздел 2. Линейные дифференциальные уравнения

Тема 2.1. Линейные уравнения первого порядка.

Общий вид линейного ОДУ первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Интегрирующий множитель. Примеры приложений.

Тема 2.2. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Однородные и неоднородные уравнения. Характеристическое уравнение. Корни и вид общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Метод неопределённых коэффициентов для специальных правых частей.

Тема 2.3. Линейные уравнения высших порядков.

Общая теория линейных ОДУ n -го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Метод понижения порядка.

Тема 2.4. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Системы линейных ОДУ. Матричная форма записи. Метод исключения. Метод собственных векторов. Экспонента матрицы. Решение неоднородных систем.

Раздел 3. Нелинейные дифференциальные уравнения

Тема 3.1. Уравнения с разделяющимися переменными.

Уравнения вида $y' = f(x)g(y)$. Решение. Особые решения.

Тема 3.2. Однородные и квазиоднородные уравнения.

Функции, однородные в смысле Эйлера. Подстановка $y = tx$. Уравнения, приводящиеся к однородным.

Тема 3.3. Уравнения Бернулли и Риккати.

Уравнение Бернулли $y' + p(x)y = q(x)y^n$. Подстановка $z = y^{1-n}$. Уравнение Риккати $y' = p(x)y^2 + q(x)y + r(x)$. Сведение к линейному при известном частном решении.

Тема 3.4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Уравнение $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$. Критерий полного дифференциала. Методы нахождения интегрирующего множителя.

Тема 3.5. Автономные системы. Фазовые портреты.

Автономные системы $\dot{x} = f(x)$. Фазовое пространство. Точки равновесия. Классификация особых точек: узел, седло, фокус, центр. Фазовые портреты линейных систем.

Раздел 4. Численные методы решения уравнений

Тема 4.1. Метод Эйлера и его модификации.

Явный и неявный методы Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Улучшенный метод Эйлера. Анализ погрешности.

Тема 4.2. Методы Рунге-Кутты.

Семейство методов Рунге-Кутты. Метод второго порядка. Классический метод четвёртого

порядка. Оценка погрешности и автоматический выбор шага.

Тема 4.3. Метод конечных разностей.

Аппроксимация производных конечными разностями. Решение краевых задач для ОДУ. Сеточные методы.

Тема 4.4. Оценка погрешности численных методов.

Локальная и глобальная погрешность. Сходимость. Устойчивость численных методов.

Раздел 5. Исследование устойчивости решений

Тема 5.1. Устойчивость по Ляпунову.

Понятие устойчивости по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Неустойчивость. Теоремы Ляпунова об устойчивости.

Тема 5.2. Критерии устойчивости линейных систем.

Критерий Гурвица. Критерий Рауса. Критерий Михайлова. Применение к системам управления.

Тема 5.3. Устойчивость нелинейных систем. Функции Ляпунова.

Метод функций Ляпунова. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Построение функций Ляпунова.

5. Образовательные технологии

№ п/п	Образовательная технология	Описание применения	Темы (разделы)
1	Проблемное обучение	Решение нестандартных уравнений, исследование устойчивости	Все разделы
2	Работа в малых группах	Групповое решение сложных задач	Разделы 2, 3
3	Информационно-коммуникационные технологии	Использование математических пакетов (Maple, Mathematica)	Раздел 4
4	Метод проектов	Исследование математической модели реального процесса	Раздел 5

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Тема 1.1. Классификация	Изучение материала	Изучить классификацию уравнений	[1], [2]	3

2	Тема 1.2. Существование	Изучение материала	Изучить теорему Пикара- Линделёфа	[1], [2]	3
3	Тема 2.1. Линейные первого порядка	Решение задач	Решить 10 линейных уравнений первого порядка	[1], [3]	2
4	Тема 2.2. Второго порядка	Решение задач	Решить 10 уравнений второго порядка	[1], [3]	2
5	Тема 2.3. Высших порядков	Решение задач	Решить 5 уравнений высших порядков	[1], [3]	2
6	Тема 2.4. Системы	Решение задач	Решить 5 систем ОДУ	[1], [3]	2
7	Тема 3.1. С разделяющимися	Решение задач	Решить 10 уравнений	[1], [3]	2
8	Тема 3.2. Однородные	Решение задач	Решить 10 уравнений	[1], [3]	2
9	Тема 3.3. Бернулли и Риккати	Решение задач	Решить 10 уравнений	[1], [3]	3
10	Тема 3.4. В полных дифференциалах	Решение задач	Решить 10 уравнений	[1], [3]	3
11	Тема 3.5. Автономные системы	Изучение материала	Изучить фазовые портреты	[1], [3]	2
12	Тема 4.1. Метод Эйлера	Решение задач	Решить задачи методом Эйлера	[1], [4]	3
13	Тема 4.2. Рунге- Кутты	Решение задач	Решить задачи методом Рунге-Кутты	[1], [4]	3
14	Тема 4.3. Конечные	Изучение материала	Изучить метод конечных	[1], [4]	3

	разности		разностей		
15	Тема 4.4. Погрешность	Изучение материала	Изучить оценку погрешности	[1], [4]	3
16	Тема 5.1. Устойчивость Ляпунова	Изучение материала	Изучить понятие устойчивости	[1], [5]	3
17	Тема 5.2. Критерии	Изучение материала	Изучить критерии Гурвица и Рауса	[1], [5]	4
18	Тема 5.3. Функции Ляпунова	Изучение материала	Изучить метод функций Ляпунова	[1], [5]	3
19	Подготовка к зачету	Повторение	Подготовка к зачету	Все источники	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Изучение теоретического материала. Рекомендуется систематически изучать теоретический материал по учебной литературе, обращая внимание на доказательства теорем и условия применения методов.

Решение задач. Самостоятельное решение задач является основным видом внеаудиторной работы. Рекомендуется решать задачи из сборников, входящих в список литературы.

Компьютерное моделирование. При изучении численных методов рекомендуется использовать математические пакеты для реализации алгоритмов.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование	Раздел 1	УК-1, ПК-1
2	Проверка контрольных работ	Разделы 2, 3	УК-1, ПК-1
3	Проверка реферата	Разделы 4, 5	УК-1, ПК-1
4	Зачет с оценкой	Все разделы	УК-1, ПК-1

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

7.1. Учебная литература

Основная литература:

1. Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. – Москва : Наука, 2024.
2. Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. – Москва : МЦНМО, 2024.
3. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – Москва : Либроком, 2024.
4. Самарский, А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – Москва : Наука, 2024.
5. Демидович, Б. П. Лекции по математической теории устойчивости / Б. П. Демидович. – Москва : Наука, 2024.

Дополнительная литература:

6. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – Москва : Наука, 2023.
7. Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Ф. Хартман. – Москва : Мир, 2024.

7.2. Интернет-ресурсы

1. Math-Net.Ru – общероссийский математический портал.
2. eLibrary.ru – научная электронная библиотека.
3. CyberLeninka – открытая научная библиотека.

7.3. Программное обеспечение

№	Наименование ПО	Назначение
1	Windows / Linux	Базовое ПО
2	Microsoft Office / LibreOffice	Оформление документов
3	Математические пакеты (Maple, Mathematica)	Численное решение уравнений

7.4. Материально-техническое обеспечение

№	Оборудование	Количество	Назначение
1	Мультимедийная аудитория	1	Проведение лекций
2	Проектор / интерактивная доска	1	Демонстрация материалов
3	Компьютерный класс	1	Практические занятия
4	Доска для записей	1	Решение задач

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ раздела	Название раздела	Формируемые компетенции	Этап формирования
1	Введение в теорию уравнений	УК-1, ПК-1	Начальный
2	Линейные дифференциальные уравнения	УК-1, ПК-1	Основной
3	Нелинейные дифференциальные уравнения	УК-1, ПК-1	Основной
4	Численные методы	УК-1, ПК-1	Основной
5	Устойчивость решений	УК-1, ПК-1	Завершающий

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2. Сопоставление шкал оценивания

Традиционная шкала	Балльно-рейтинговая шкала	Уровень сформированности компетенции
«отлично»	86–100	высокий
«хорошо»	71–85	средний
«удовлетворительно»	56–70	пороговый
«неудовлетворительно»	0–55	не сформирована

Таблица 3. Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа

Критерий	Описание	Баллы (макс. 10)
Полнота и глубина ответа	Полное понимание вопроса, развернутый ответ	3
Логичность и аргументированность	Структурированность, обоснованность выводов	2
Умение применять знания	Иллюстрация теории примерами	3
Качество речи и владение материалом	Свободное владение материалом, корректная терминология	2

Таблица 4. Оценивание подготовки рефератов

Критерий	Баллы (макс. 10)
Соответствие теме и глубина раскрытия	3

Структура и логика	2
Использование источников	2
Оригинальность и самостоятельность	2
Оформление	1

Таблица оценивания зачета

Критерий	Баллы (макс. 20)
Знание теоретического материала	5
Умение решать линейные и нелинейные уравнения	5
Обоснование решения	4
Качество устного ответа	3
Дополнительные вопросы	3

Шкала перевода баллов за зачет: 17–20 = «отлично»; 13–16 = «хорошо»; 10–12 = «удовлетворительно»; 0–9 = «неудовлетворительно».

3. Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации

Вопросы для собеседования и коллоквиума:

1. Классификация дифференциальных уравнений. Порядок уравнения. Задача Коши.
2. Теорема Пикара-Линделёфа о существовании и единственности решения.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации.
4. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Линейные неоднородные уравнения второго порядка. Метод Лагранжа.
6. Линейные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений.
7. Системы линейных дифференциальных уравнений. Метод собственных векторов.
8. Уравнения с разделяющимися переменными.
9. Однородные дифференциальные уравнения. Подстановка $y = tx$.
10. Уравнение Бернулли. Подстановка.
11. Уравнение Риккати. Сведение к линейному.
12. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
13. Автономные системы. Фазовое пространство. Точки равновесия.

14. Классификация особых точек: узел, седло, фокус, центр.
15. Численные методы решения ОДУ. Метод Эйлера.
16. Методы Рунге-Кутты. Классический метод четвёртого порядка.
17. Метод конечных разностей.
18. Устойчивость по Ляпунову. Определения.
19. Критерий Гурвица устойчивости линейных систем.
20. Метод функций Ляпунова для исследования устойчивости.

Практические задания:

Задание 1. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнения:

1. $y' + 2xy = x$
2. $y' - y \tan x = \frac{1}{\cos x}$
3. $y' + \frac{y}{x} = x^2$
4. $y' + 2y = 3e^x$
5. $(x^2 + 1)y' + 2xy = 4x$
6. $y' \cos x + y \sin x = 2 \cos x$
7. $y' + \frac{y}{x} = \sin x$
8. $xy' + y = e^x$
9. $y' - y = e^{2x}$
10. $(x + 1)y' + y = \sqrt{x}$

Задание 2. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Решить уравнения:

1. $y'' - 3y' + 2y = 0$
2. $y'' + 4y' + 4y = 0$
3. $y'' + y = \sin x$
4. $y'' - 2y' + y = e^x$
5. $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$
6. $y'' + 4y = \cos 2x$
7. $y'' - y = x^2$
8. $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \cos 2x$
9. $y'' - 2y' - 3y = 4x$
10. $y'' + 9y = \sin 3x$

Задание 3. Нелинейные уравнения.

Решить уравнения:

1. $y' = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$

$$2. \quad y' = \frac{x+2y}{2x-y}$$

$$3. \quad y' = \frac{x^2+y^2}{xy}$$

$$4. \quad y' = \frac{2xy}{x^2-y^2}$$

$$5. \quad y' = \frac{x+y}{x-y}$$

$$6. \quad y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$$

$$7. \quad y' = \frac{x-y}{x+y}$$

$$8. \quad y' = \frac{2x+y}{x-2y}$$

$$9. \quad y' = \frac{x^2+2y^2}{xy}$$

$$10. \quad y' = \frac{y^2}{x^2} + 2\frac{y}{x}$$

Задание 4. Уравнения Бернулли.

Решить уравнения:

$$1. \quad y' + \frac{2}{x}y = \frac{y^2}{x}$$

$$2. \quad y' - y = xy^3$$

$$3. \quad y' + y = y^2 e^x$$

$$4. \quad 2xy' + y = y^2 \ln x$$

$$5. \quad y' + \frac{y}{x} = xy^2$$

Задание 5. Уравнения Риккати.

Решить уравнения (используя частное решение):

$$1. \quad y' = y^2 - 2y + x + 1, \text{ частное решение } y = x$$

$$2. \quad y' = y^2 + \frac{2y}{x} - \frac{1}{x^2}, \text{ частное решение } y = -\frac{1}{x}$$

$$3. \quad y' = y^2 - 2xy + x^2 + 1, \text{ частное решение } y = x$$

$$4. \quad y' = y^2 - \frac{2y}{x} - \frac{1}{x^2}, \text{ частное решение } y = \frac{1}{x}$$

Задание 6. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнения:

$$1. \quad (2x + y)dx + (x + 3y)dy = 0$$

$$2. \quad (3x^2 + 2xy)dx + (x^2 + 3y^2)dy = 0$$

$$3. \quad \frac{dx}{y} - \frac{xdy}{y^2} = 0$$

$$4. \quad (2x \ln y - 5y)dx + (x^2/y - 5x)dy = 0$$

$$5. \quad (e^x \cos y + 2x)dx - e^x \sin y dy = 0$$

Задание 7. Системы линейных уравнений.

Решить системы:

1. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$
2. $\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 4x + y \end{cases}$
3. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases}$
4. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y \\ \dot{y} = -x - 2y \end{cases}$

Задание 8. Устойчивость.

Исследовать на устойчивость нулевое решение:

1. $\dot{x} = -x - y, \dot{y} = x - y$
2. $\dot{x} = -x, \dot{y} = -2y$
3. $\dot{x} = x + y, \dot{y} = -x + y$
4. $\dot{x} = x, \dot{y} = -y$
5. $\dot{x} = -x + y, \dot{y} = -x - y$

Задание 9. Функции Ляпунова.

Для системы $\dot{x} = -y, \dot{y} = x - x^3$ найти функцию Ляпунова и исследовать устойчивость.

Задание 10. Численные методы.

1. Решить задачу $y' = y, y(0) = 1$ методом Эйлера на отрезке $[0, 1]$ с шагом 0,1.
2. Решить задачу $y' = x + y, y(0) = 1$ методом Рунге-Кутты 4-го порядка на отрезке $[0, 1]$ с шагом 0,1.
3. Методом конечных разностей решить краевую задачу $y'' = -y, y(0) = 0, y(\pi/2) = 1$.

Зачет с оценкой

Пример билета:

Билет № 1

1. Теорема Пикара-Линделёфа о существовании и единственности решения задачи Коши.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
3. Методы Рунге-Кутты решения ОДУ.

Практическое задание 1: Решить уравнение $y'' - 4y' + 3y = e^x$.

Практическое задание 2: Исследовать на устойчивость систему $\dot{x} = -x - 2y, \dot{y} = -2x - y$.

Лист изменений рабочей программы

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой
----------------	--	------------------------	--------------------------

Рабочая программа дисциплины **Линейные и нелинейные уравнения физики** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями) (Редакция с изменениями N 1456 от 26.11.2020, С изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.), с учетом профессионального стандарта 01Образование и наука, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «5» августа 2021 г. № 30550

Протокол № 8 от «27» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета Протокол № 6 от «28» апреля 2026 г